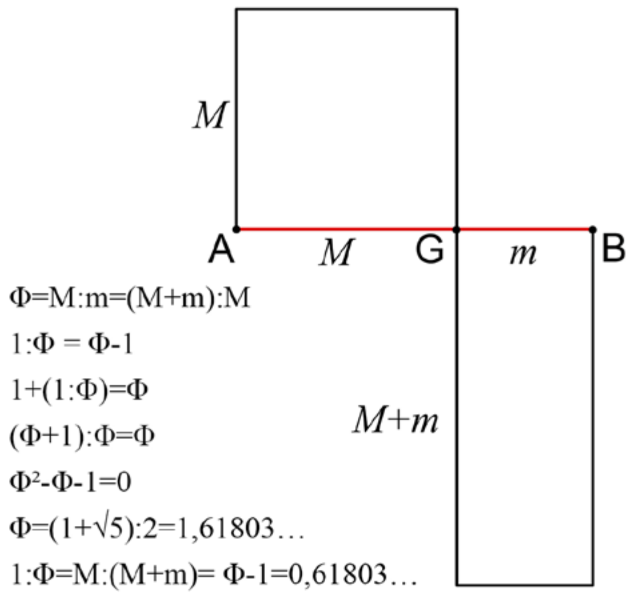
ЗЛАТНИ УГАО, ТРОУГАО И ПРОСТОР

др Ивана Марцикић, ред. проф. и др Маријана Пауновић, доц.

Прву јасну дефиницију поделе дужи *у средњој и крајњој размери* код које се већи део M (мајор) према мањем делу m (минор) односи као цела дуж (M+m) према већем делу M, објаснио је око 300. године п.н.е. Еуклид из Александрије [грч. Εὐκλείδης, 325–265 п.н.е.]. Назвао је ову хармонијску, континуалну пропорцију (M+m):M=M:m *непрекидном поделом* (сл. 1).



Сл. 1

Φ (фи) је симбол броја чија је вредност 1,61803… златна пропорција. То је једини реалан број чија је реципрочна вредност 1/Φ једнака том броју умањеном за 1. Као почетно слово Фидијиног имена [грч. Φειδίας, 500–432. п.н.е.], Φ представља омаж грчком вајару и математичару који је први проучавао златни пресек и касније применио у пропорционисању својих скулптура на Партенону [атински Акропољ, грађен: 447–438 п.н.е.].

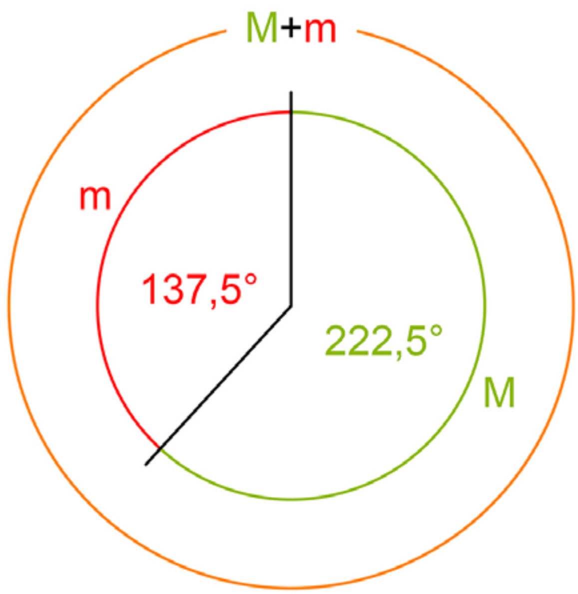
Златни угао

Златни угао (сл. 2) дели круг на два сегмента тако да је однос лукова над мањим (минор) и већим сегментом (мајор) једнак односу лука над већим сегментом (мајор) према обиму круга (мајор + минор).

Величина златног угла је 137,5°, а његова допуна до пуног угла од 360° је угао од 222,5°, односно у непрекидној подели златне пропорције: 137,5° : 222,5° = 222,5° : 360° = 0,6180…

На примерима распореда листова биљака – *филотаксије* [грч. φύλλο – лист и τάξις – распоред] уочавамо златне углове који обезбеђују оптималан положај сваком листу и тиме равномеран раст биљке. Спирално, а не радијално, распоређују се листови на размаку који се мери златним углом (сл. 3) и (сл. 4).

Леонардо Пизано – Фибоначи [итал. figlio di Bonacci, око 1170 – око 1250] је увео индоарапски систем бројева, поред



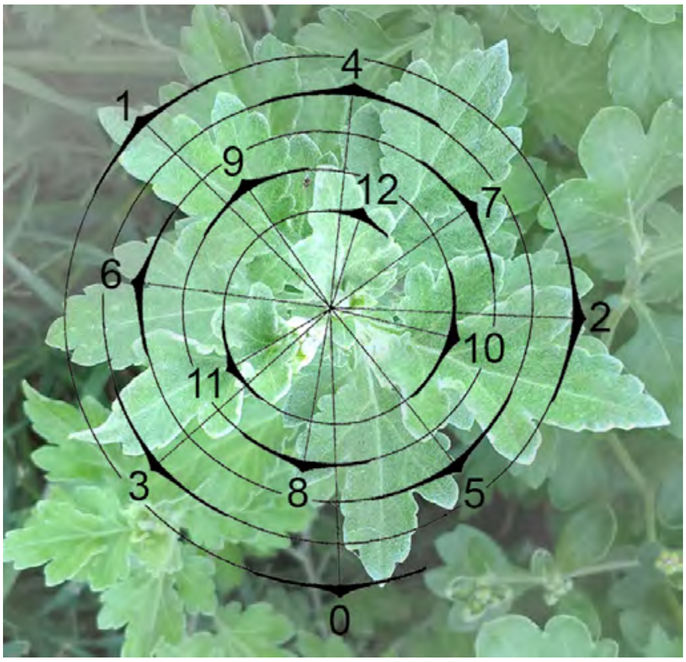
Сл. 2

постојећих римских, дајући велики допринос европској науци, посебно математици. У Пизи, 1225. на такмичењу из математике, коме је присуствовао и цар Фридрих II [нем. *Friedrich II*, 1194–1250] (сл. 5), Фибоначи је решио задатак *колики је број парова зечева после n месеци размножавања*, као низ целих бројева (сл. 6) где је сваки наредни члан једнак збиру претходна два, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144…

Издвајамо Фибоначијеву спиралу на примеру чуваркуће [лат. sempervivum] чији распоред листова прати облик поменуте спирале (сл. 7). Такође је карактеристичан пример распореда семена сунцокрета (сл. 8), која се ређају по логаритамским спиралама, а чији број одговара вишим члановима Фибоначијевог реда, нпр. 55, 89, 144, итд.

Златни троугао

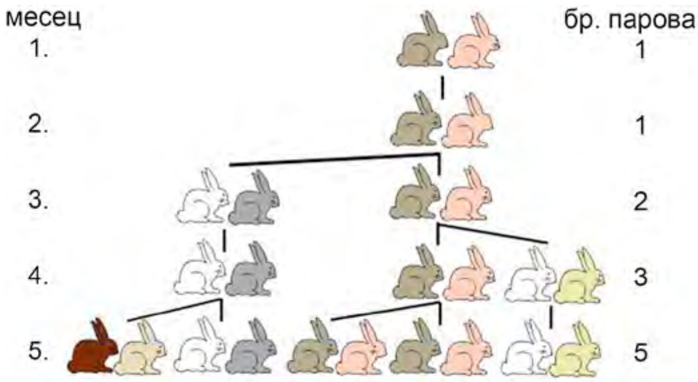
Еуклид у својој IV (од укупно XIII књига Елемената), у 10. ставу, конструише једнакокраки троугао чији су углови на осно-



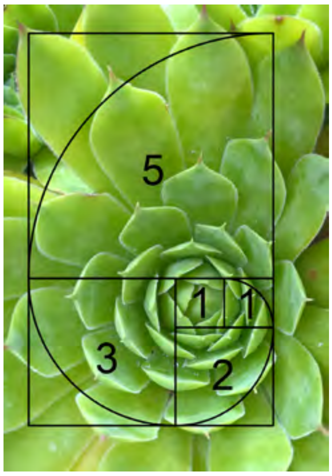
Сл. 3

Сл. 4

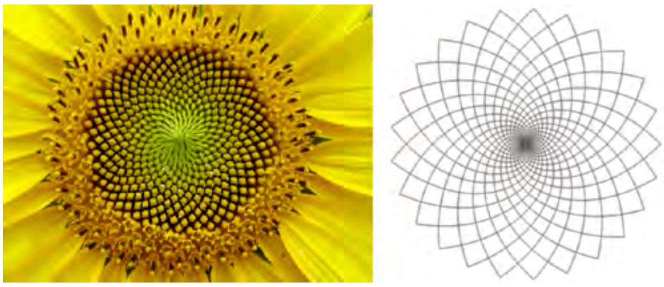
Сл. 5



Сл. 6



Сл. 7



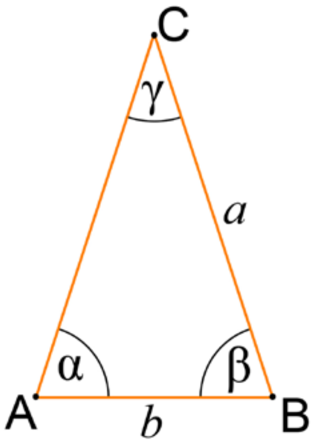
Сл. 8

вици $\alpha=\beta=2\pi/5=72°$, двоструко већи од трећег $\gamma=\pi/5=36°$. Троугао (36°, 72°, 72°) назван је златни троугао (сл. 09), јер је однос крака *a* према основици *b* једнак броју $\Phi=1{,}61803\ldots$

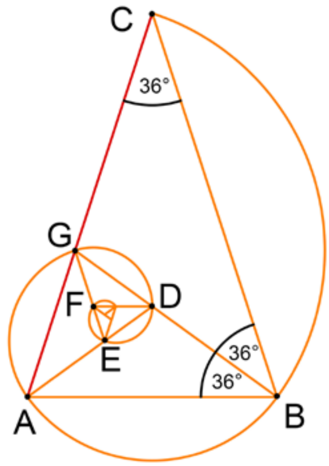
Поделом крака златног троугла ABC на мајор и минор помоћу симетрале наспрамног угла (сл. 10), добијамо теме G новог златног троугла GBA, односно центар кружног лука спирале сличне спирали изведеној из златних правоугаоника. Применом непрекидне поделе континуалним увећањем и умањењем, добијамо геометријско место центара поменуте спирале.

Гномон је облик, чијим додавањем или одузимањем од основног геометријског облика, добијамо нови облик сличан[1] основном. Тако је одређен *златни гномон*, који одговара златном троуглу, као тупоугли једнакокраки троугао (108°, 36°, 36°) код кога је $1/\Phi=\Phi-1=0{,}61803$ однос крака *b* према основици *a*. Златни троуглови и гномони могу да се деле на мање троуглове који су поново златни троуглови и гномони, а такође могу и да се континуално увећавају. Спирала добијена из златних троуглова и спирала из златних гномона су међусобно подударне.

Златни гномон може да се конструише и из правилног петоугла (сл. 11). Занимљиво је да гномон једног правилног петоугла чине пет златних троуглова (A,B,1; B,G_1,2; G_1,C,3;

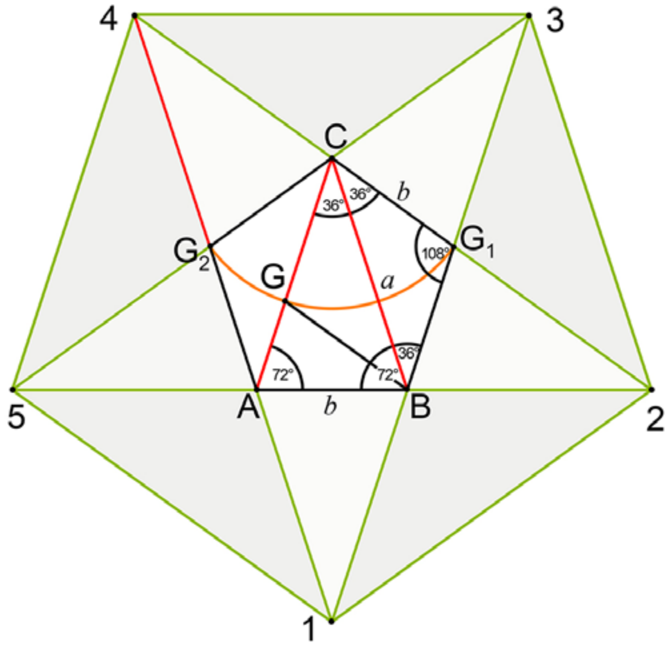


Сл. 9

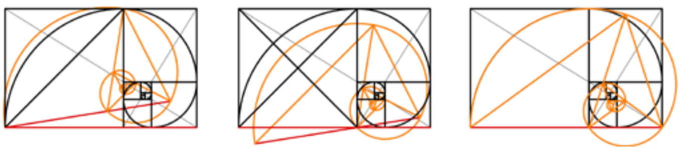


Сл. 10

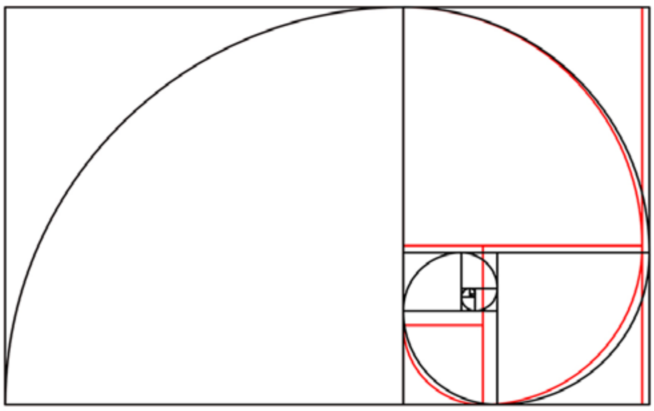
1 Талесова теорема из V века п.н.е. дефинише један, од укупно четири става о сличности троуглова.



Сл. 11



Сл. 12



Сл. 13

C,G$_2$,4; G$_2$,A,5) и пет златних гномона (1,2,B; 2,3,G$_1$; 3,4,C; 4,5,G$_2$; 5,1,A).

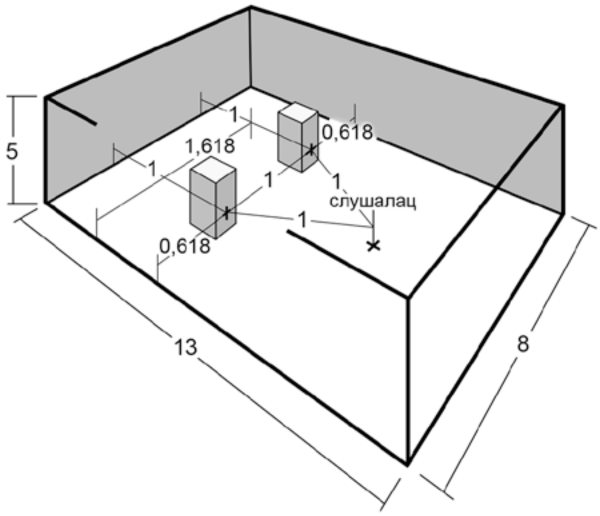
Заједничка особина спирале из златних троуглова, односно исте спирале из златних гномона тих троуглова, и спирале из златних правоугаоника (гномон златног правоугаоника је квадрат) је њихова конвергенција ка једној јединој тзв. *асимйшошској шачки* (сл. 12).

Фибоначијева спирала незнатно одступа од спирале изведене из златних правоугаоника (сл. 13) и непосредно доказује приближавање Фибоначијевог низа[2] вредностима златног пресека.

Златни простор

Експерименти са применом златне пропорције у ентеријеру за димензионисање акустичне собе (сл. 14), показали су да је ова пропорција идеална када се ради о архитектонској физици преношења звука у унутрашњем простору.

2 Овај низ је вероватно био познат индијским математичарима у VI веку, Фибоначи га је донео у Европу. (Лучић, 2009:293)

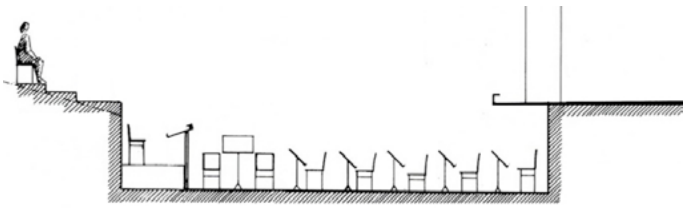


Сл. 14

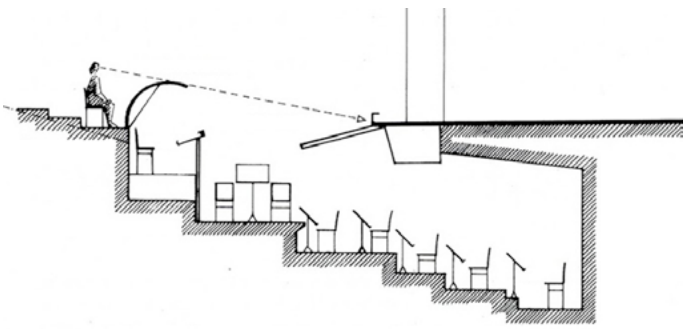
Користе се три суседна члана Фибоначијевог низа (нпр. 5, 8, 13) као *x*, *y*, *z* мере *злаѿноī кубоида*, односно *квадра* – у литератури Запада названог *злаѿни ѿраӣаīон*.

За квалитет преношења звука пресудан је облик пројектоване концертне дворане, њене димензије, употребљени материјали и посебно положај оркестра. Код извођења италијанске опере и Моцартове музике, оркестар се смешта у раван основе сценског простора (сл. 15), док је Вагнер лично захтевао да за извођење његових композиција оркестар буде »спуштен« испод бине (сл. 16), чиме су постигнути посебни акустични ефекти форте партија.

Занимљив је податак да је Шекспиров Глоб театар пројектован у оквиру *īеомеѿрије броја 72* (преко правилног петоугла повезана је са бројем Ф) која се сматра кључном за изванредну акустику овог, у свему јединственог, позоришта.



Сл. 15



Сл. 16

Борисављевић, Милутин. *Злаѿни ӣресек и друīи есеји*, Београд: Српска књижевна задруга, 1998.
Corbalán, Fernando. *Der Goldene Schnitt*, Kerkdriel: Librero, 2016.
Lučić, Zoran. *Ogledi iz istorije antičke geometrije*, Beograd: Službeni glasnik, 2009.
Hemenway, Priya. *Tajni kod*, Zagreb: vbz, 2009.